2月10日
第1回 一般入試

2021年度

入 学 試 験 問 題

数　学

【注意事項】

1．試験時間は50分です。
2．問題は1ページから6ページまであります。
3．解答はすべて解答用紙に記入してください。
4．問題用紙と解答用紙に受験番号，氏名を記入してください。
5．定規・分度器・コンパスは使わないでください。

受験番号						氏名	

宝仙学園高等学校共学部 理数インター

$\boxed{1}$ 次の問いに答えなさい。

(1) $\left(-\dfrac{1}{3xy^2}\right)\times(-2xy)^3\div\left(-\dfrac{2}{3}x\right)^2$ を計算しなさい。

(2) $\dfrac{(a+2b)^2}{4}-\dfrac{(a+b)(a+4b)}{5}$ を計算しなさい。

(3) $(\sqrt{10}-\sqrt{2})(\sqrt{5}+1)+(2-\sqrt{2})^2$ を計算しなさい。

(4) $(2x+y)^2-(2x+y)z-20z^2$ を因数分解しなさい。

(5) 2次方程式 $\sqrt{2}x^2-x-6\sqrt{2}=0$ を解きなさい。

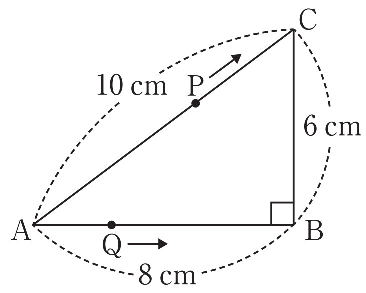
(6) $\dfrac{12^2-36^2}{48^2}$ を計算しなさい。

2 次の問いに答えなさい。

(1) $a=\dfrac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{3}$，$b=\dfrac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{2}$ のとき，$9a^2-4b^2$の値を求めなさい。

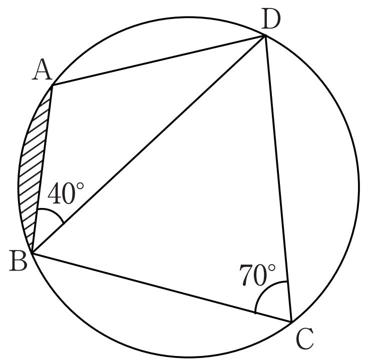
(2) $\sqrt{144-3n}$ が自然数となるような自然数 n をすべて求めなさい。

(3) 右の図のように，AB＝8 cm，BC＝6 cm，CA＝10 cm，$\angle$ABC＝90° の直角三角形 ABC がある。点 P は頂点 A を出発し，辺 AC 上を毎秒 2 cm の速さで頂点 C へ向かって移動する。また，点 Q は頂点 A を出発し，辺 AB 上を毎秒 1 cm の速さで頂点 B へ向かって移動する。点 P，Q が同時に A を出発してから x 秒後の △APQ の面積を y cm² とするとき，$y=10$となる x の値を求めなさい。ただし，$0 \leqq x \leqq 5$ とする。

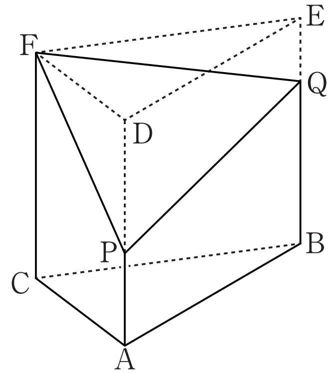


(4) 数直線上の原点に点Pがある。点Pは1枚のコインを投げて，表が出たら正の方向に1だけ，裏が出たら負の方向に1だけ動く。コインを4回投げた結果，点Pが原点にある確率を求めなさい。

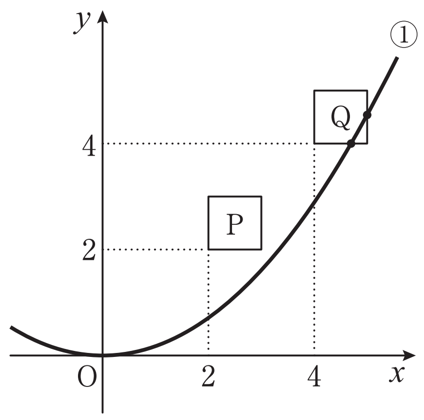
(5) 右の図のように，半径6 cmの円周上に4点A，B，C，Dがある。斜線部分の周の長さを求めなさい。
ただし，円周率はπとする。



(6) 右の図の三角柱ABC－DEFは，△ABCがAB＝$5\sqrt{3}$ cm，BC＝10cm，CA＝5cm，∠BAC＝90°の直角三角形であり，AD＝10cmである。辺AD，BE上にAP＝4 cm，BQ＝7cmとなる点P，Qをとり，3点P，Q，Fを通る平面で立体を切り取る。
このとき，点Aを含む立体の体積を求めなさい。



$\boxed{3}$ 右の図のように，放物線$y = ax^2$ …… ① と１辺の長さが１の正方形P，Q がある。各々の正方形の４つの頂点のうち，原点に最も近い点の座標をそれぞれ（2，2），（4，4）とし，正方形の各辺はいずれもx軸またはy軸に平行である。
放物線 ① と，P，Q の周（辺または頂点）との交点の個数をそれぞれp個，q個とする。たとえば，右の図であれば$p = 0$，$q = 2$である。このとき，次の問いに答えなさい。

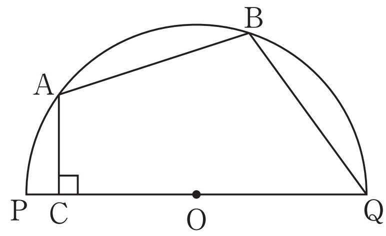


(1) $p = 1$となるようなaの値をすべて求めなさい。

(2) $p + q = 4$となるようなaの値の範囲を求めなさい。

(3) $p + q = 2$となるようなaの範囲を求めなさい。

4 右の図のように，線分 PQ を直径，点 O を中心とする半円の弧上に点 A，B をとり，直径 PQ 上に点 C をとる。AC ⊥ PQ，$2\overset{\frown}{AP} = \overset{\frown}{AB} = \overset{\frown}{BQ}$ であるとき，次の問いに答えなさい。



(1) ∠ABQ の大きさを求めなさい。

(2) 点 B から線分 PQ に垂線をひき，その垂線と線分 AQ との交点を D とする。このとき，AB = AD であることを証明しなさい。

(3) AC = 1 とし，線分 PQ 上に，AE + EB が最も短くなるように点 E をとる。このとき，AE + EB の長さを求めなさい。

5 次の文章中の $\boxed{\text{ア}}$ ～ $\boxed{\text{キ}}$ に当てはまる式や値を答えなさい。

先　生：今日は因数分解の勉強をしましょう。まずは，$x^2+16x-36$ を因数分解してみてください。

中野君：$(x-2)(x+18)$ です。

先　生：そうですね。次に，$2x^3-7x^2+7x-2$ の因数分解ではどうでしょうか。

坂上君：うーん，3 次式の因数分解は分からないなぁ。

先　生：$x^2+16x-36$ の因数分解をヒントに考えてみましょう。では，$x^2+16x-36$ に $x=2$ を代入してみてください。

中野君：0 になりました。

先　生：このことと $(x-2)(x+18)$ の形に因数分解ができることにはどんな関係があるか分かりますか。

坂上君：そうか，$x^2+16x-36$ は $x-2$ を因数に持つから，$x=2$ を代入したときに 0 になることがすぐに分かるんですね。

中野君：$x+18$ も因数に持つから $x=-18$ を代入しても 0 になるんじゃないかな。

坂上君：あ，ほんとだ。0 になった。式の値が 0 となる x の値を探すことで，因数を見つけることができるんだね。

先　生：2 人ともよく気づきました。では，$2x^3-7x^2+7x-2$ でもやってみましょう。

中野君：$x=1$ と $x=2$ を代入したら $2x^3-7x^2+7x-2$ が 0 になったよ。

坂上君：ということは因数に $\boxed{\text{ア}}$ と $\boxed{\text{イ}}$ の形を持つんだね。

中野君：でも $(\boxed{\text{ア}})(\boxed{\text{イ}})$ を展開すると x^2-3x+2 で 2 次式だから，もう 1 つ x の 1 次式の因数がないと 3 次式がつくれないけど，代入して式の値が 0 になる x の値が他に見つからないよ。先生どうすればいいですか。

先　生：では，その 1 次式を $ax+b$ として考えてみたらどうですか。

中野君：ということは $(x^2-3x+2)(ax+b)$ という形になるということですね。

坂上君：わかった。この式を展開したものが $2x^3-7x^2+7x-2$ と同じ式になるはずだから，$a=\boxed{\text{ウ}}$，$b=\boxed{\text{エ}}$ となって，$2x^3-7x^2+7x-2$ は $(\boxed{\text{ア}})(\boxed{\text{イ}})(\boxed{\text{ウ}}\,x+\boxed{\text{エ}})$ と因数分解できるんですね。

先　生：そのとおりです。では最後に，$6x^3+7x^2-7x-6$ はどうでしょうか。

中野君：代入すると式の値が 0 となるのは $x=1$ しか見つからないなぁ。

坂上君：とりあえず $x-1$ と x の 2 次式の積の形に因数分解できるはずだよ。だから，さっきと同じように展開をして $6x^3+7x^2-7x-6$ になることを考えれば，2 次式は $\boxed{\text{オ}}\,x^2+\boxed{\text{カ}}\,x+\boxed{\text{キ}}$ になるから因数分解できるね。

HOSEN GAKUEN
宝仙学園

宝仙学園高等学校共学部 理数インター